Шәһәр күләмендә математика фәненнән татар телендә үткәрелә торган олимпиаданың мәктәп этабы җаваплары
2025-2026 нчы уку елы
10 нчы сыйныф

Эш вакыты – 180 минут
Гомуми балл – 25

1 нче бирем. ***(5 балл)***
1,2,3,4,5,6,7,8,9 – цифрларын (барсын да 1 мәртәбә генә) кулланып тугыз урынлы төрле саннар ясаганнар (9 урынлы саннарның һәрберсендә цифрлар берәр мәртәбә генә кулланылган). Иң зурысыннан иң кечкенәсен алсаң аермада кабатланучы цифрлар бармы?

Чишелеш: Иң зурысы – 987654321, ә иң кечкенәсе –123456789. 987654321 – 123456789 = 864197532.

Җавап: Иң зур белән иң кечкенәнең аермасы 864197532 (цифрлар кабатланмый).

2 нче бирем. ***(5 балл)***
Кушылучы саннар суммасын табыгыз: (*5 балл)*
$S_n = 1 + 2a + 3a^2 + 4a^3 + 5a^4 + 6a^5 + \ldots + na^{n-1}$.

Чишелеш: Тигезлекнең ике ягын да а-га тапкырлап тигезлекне үзгәртеп язабыз:
$S_n = 1 + 2a + 3a^2 + 4a^3 + 5a^4 + 6a^5 + \ldots + na^{n-1}$ (1)
$aS_n = 1a + 2a^2 + 3a^3 + 4a^4 + 5a^5 + 6a^6 + \ldots + na^n$ (2)
һәм аларның аермасын табабыз:
$(a-1)S_n = -(1 + a + a^2 + a^3 + \ldots + a^{n-1}) + na^n$,
яисә $(a-1)S_n = na^n - (a^n - 1)/(a - 1)$,
Димәк $S_n = na^n/(a - 1) - (a^n - 1)/(a - 1)^2$.
Җавап: $S_n = na^n/(a - 1) - (a^n - 1)/(a - 1)^2$.

3 нче бирем. ***(5 балл)***
2025 санын ике сан квадратларының аермасының квадратлары итеп буламы?

Чишелеш: $\sqrt{2025} = 45 = 5\times9 \rightarrow 45^2 = 5^2\times9^2 = (7-2)^2 \times(7+2)^2 = [(7-2) \times(7+2)]^2 = [7^2-2^2]^2=(a^2-в^2)^2$.

Җавап: $(a^2-в^2)^2 = (7^2-2^2)^2$ – ике сан квадратларының аермасының квадраты.

4 нче бирем. ***(5 балл)***

9^{100} не 8 –гә бүлсәң, калдык күпме була?

Чишелеш: Тугызны сигезгә бүлсәң, калдык бер була, шуңа 9 = 8 + 1 дип 9^{100} -ны үзгәртеп (100 =2·2·25) язабыз $(8+1)^{100}$·= $(8+1)^2$·$(8+1)^2$. 46 җәя. $(8+1)^2$·$(8+1)^2$ = = $(80+1)^2$ . . . $(80+1)^2$ (25 пар тапкырланучылар, җәя өчендәге кушылучы саннарның берсе сигезгә бүленә торган, ә икенчесе калдык - 1). (6560 + 1) (6560 + 1) монда 25 - тапкырланучылар.

Яисә $(8^2 + 2\cdot8 + 1)(8^2 + 2\cdot8 + 1)^{98} = (8+1)^{50}\cdot(8+1)^{50} = (8^2 + 2\cdot8+1)^2\cdot(8+1)^{96} =$
$= (8+1)^2\cdot(8+1)^{96}(8+1)^2$

(50 пар җәяләр, һәрберсендә калдык – 1, ике кушылучылары сигезгә бүленсә, дә) димәк, 9^{100} –ны 8-гә бүлгәндәге калдык 1^{100} =1 калдыклар тапкырчыгышы кебек үк була.

Җавап: калдык 1 була.

5 нче бирем. ***(5 балл)***

Алмаз иртәнге 8 дә Чаллыдан апасына авылга кунакка чыгып китә, тугызынчы яртыда ул 48 нче километр баганасы яныннан уза, сәгать 9 да күперне кичә. 29 километр үткәч, радиомачта яныннан үтә, ә 15 минутта соң 114-нче километр баганасы яныннан уза. Тагын чирек сәгатьтән соң ул апасына кайтып җитә. Автомобильнең тизлеген һәрвакыт бертөрле дип санап, Алмаз узган араны табарга. (5 балл)

Чишелеш: Чакрым баганалар арасы: 114 - 48 = 66 км. Ә Чаллыдан 48-нче км.баганасыннан алып 48 нче километр баганасына кадәр һәм 114 километр баганасыннан авылга тикле ара бергә 66 - 29 = 37 км. Чаллыдан Алмаз апасының авылына 66 + 37 = 103 км.

Җавап: 103 км.